アジア発『生産技術革新を目指した溶接シミュレーションソフト』の開発

大阪大学接合科学研究所 村川 英一 梁 偉

概要 今天,各种非线性构造解析软件得以普及,不仅在设计上,在生产加工领域也得到了很大的运用.焊接变形,残余应力问题,电阻焊的焊接性问题,电弧焊的焊接裂纹问题等,从根本上讲,属于热弹塑性问题,通过通用软件或简单的解析程序,施工上的必要情报都能获得.但是,和射出成型及冲压等其他生产技术比较,焊接方向的模拟技术的运用还很有限.为将设计和生产一体化,焊接模拟成为构筑综合 CAE 技术的瓶颈问题.

这篇文章,作者将生产技术,特别是焊接技术模拟方面的焦点问题,就其现状和新的发展方向进行了论述. 另外,在计算焊接力学方面,我的导师,大阪大学名誉教授上田幸雄应邀于 1979 年在西安交通大学进行了为时一个月的集中演讲. 这次交流集中了中国全国相关领域的研究人员,成为焊接力学领域日中学术交流的开始. 这之后,日方也从上海交通大学,西安交通大学,清华大学,邀请到优秀的研究者,留学生进行共同研究,其成果也成为本论文是基础.

1. はじめに

今日では、各種の非線形構造解析ソフトが普及しており、設計のみならず生産加工の分野でも大いに活用されている。溶接変形や残留応力の問題はもちろん、抵抗溶接における溶接性の問題やアーク溶接における割れの問題も、基本的には熱弾塑性問題であり、商用の汎用ソフトあるいは簡単な解析プログラムをうまく使うことにより実施工で必要とされる種々の情報を得ることができる。しかし、射出成型やプレス加工など他の生産技術分野と比較して、溶接分野でのシミュレーションの活用は、非常に限られており、溶接シミュレーションが、設計/生産を一貫した総合的CAE技術を構築する上でのボトルネックになっている。そこでこの稿では、ものづくり、特に溶接技術におけるシミュレーションの活用に焦点を絞り、現状と新しい展開について著者なりの考えを述べる。

2. 溶接における日中連携

溶接力学における日中連携は、私の師である大阪大学名誉教授上田幸雄先生が、招聘を受けて1979年秋に、中国全土から集まった研究者を対象に、当時、世界的にも最先端の研究であった"計算溶接力学"を西安交通大学において約1ヶ月にわたり講義されたのが始まりである。このような講義は、溶接冶金学などの溶接関連分野でも行われ、その努力は、著者が所属する大阪大学接合科学研究所の前身である溶接工学研究所と上海交通大学材料学及工程系センターの間で交わされた学術交流に関する協定書として実を結び、さらには、上海交通大学や西安交通大学などとの大学間学術交流協定へと発展し今日に到っている。

この間、上田幸雄名誉教授の時代を含め、著者の研究室では、多くの優秀な研究者や 学生を上海交通大学、西安交通大学、清華大学などから招き、共同研究を通して多くの 成果 ¹⁻¹⁷⁾を挙げており、それらは本論文で紹介する研究の基礎となっている。

3. 溶接シミユレーションの現状と動向

溶接変形を例にとると、変形は、アークから投与された熱で金属材料が溶かされ、凝固・冷却する際の熱収縮の結果生じるものである。従って、溶接変形を厳密に解析するためには、熱源としてのアーク現象、投与された熱による溶融池形成過程や凝固過程を含めた継手各部の熱履歴、さらには熱履歴に伴う材料特性の変化を把握し、これらの下で進行する力学的過程を克明に追跡する必要がある。しかし、従来は、アーク現象、溶融池現象、熱履歴下における冶金的現象、残留応力・変形の生成現象が、互いの関係は意識しながらも個別の対象とし研究されてきた。その理由のひとつは、溶接が物理的にプラズマ、ガス、液体、固体という異なった相を含み、時間的にも空間的にも変動が激しい非線形現象であるためと考えられる。最近では、このような障害も、高性能な計算機と数値計算技術の急速な発達により、克服されつつある。

溶接変形や残留応力の数値解析の歴史は古く、1970年代初頭に上田 ^{18, 19)}、藤田 ²⁰⁾らによって有限要素法(FEM)による解析の道が拓かれた。その後、有限要素法は、線形、非線形を問わず構造解析のための汎用的な道具として発達し、広く設計や研究に使われている。代表的な汎用構造解析ソフトとして、NASTRAN(米)、MARC(米)、ABAQUS(米)、ANSYS(米)、FINAS(日)等が知られている。NASTRAN は、大規模な線形解析に優れた性能を持ち、日常的な設計計算の道具となっている。一方、MARC、ABAQUS、ANSYS、FINAS は、弾塑性問題等の非線形現象の解析ツールであり、温度場解析機能を持つと同時に、弾性係数や降伏応力等の材料定数の温度依存性が考慮できるので、欧米では溶接残留応力や変形の解析法として活用されている。これらに対して、溶接あるいは熱処理に特化し、熱履歴による材料の変態解析が平行して実施できるようになっているソフトが SYSWELD(仏)とFINAS/TPS(日)である。また、最近では、溶接現象に対象を限定した専用ソフトの QUICK WELDER(日)が開発されている。

このように、幾種類かの汎用ソフトが既に流通しているが、これらが溶接問題の解析に広く活用されるには至っていない。そのような状況の中でも、米国では、Battelle Memorial Institute と Caterpillar Inc.が、溶接変形の予測システムの先駆けとして、切断と溶接のシミュレーションを軸とした、VFT™ (Virtual Fabrication Technology)²¹⁾を開発しており、これを活用することにより、溶接変形の低減と制御に効果を挙げている。

表1 溶接組立による誤差要因

11 17 11	RV-ZVII
仮付け時の位	部材の誤差
置決め誤差	
ギャップ矯正	部材の誤差、矯正法、ギャッ
による変形	プ量、各部材の剛性
溶接変形	局部変形(横収縮、角変形、
	縦収縮、縦曲り、Q /c に比
	例)

4. 工作精度と溶接変形

溶接組立工程では、表1に示されるように、位置決め誤差、ギャップ矯正による変形、溶接部の局部変形が原因となって生じる変形が誤差要因となる。 このように、工作精度に影響を及ぼす要因は多岐に及ぶため、個々の阻害要因について、平均値やバラッキ、さらには制御可能か否かという観点から重要度を評価し、要所を押さえた精度管理、メリハリの有る精度管理が求められる。

5. 溶接変形の FEM 解析

溶接変形シミュレーションと言っても、対象構造物によって、現実的に採用可能なシミュレーション法は異なる。例えば、対象が量産品であるか受注生産品であるか、また要求される品質レベルや費用対効果の問題を考慮して、適切なシミュレーション法を選択する必要がある。溶接変形のシミュレーション法は、熱弾塑性理論に基づく詳細解析と、大型構造物の変形を大局的に把握するための固有変形を用いた弾性解析の二つに大別される。いずれの場合にも、有限要素法(Finite Element Method)が一般に用いられる。

溶接変形を詳細に解析するためには、問題が、非線形で過渡問題であることから、時間経過を微小時間に分割して逐次的に計算を進める増分法が用いられ、増分の数が数千ステップに及ぶ場合もあり、単純な突合せ継手の解析にも24時間オーダーの計算時間を要する。このような詳細解析は、溶接熱源から投与される入熱分布および温度の関数として変化するヤング率や降伏応力などの材料定数に関するデータがそろっていれば、後は、解析に必要な計算時間の問題となる。したがって、計算速度が近い将来、1000倍になれば、現在は対象外とされている実機の変形予測も可能となり、最終的には、こうした詳細解析が主流になると予想される。

これに対して、大型で複雑な構造物の溶接変形を予測するためには、単純化されてはいるが、大局の把握が可能な現実的な手法が求められる。そのような手法の一つが、固有ひずみあるいは固有変形の考え方を利用した弾性解析²²⁾である。図 1 は、(社) 日本造船研究協会第 237 部会 "高度工作精度管理技術に関する研究"²³⁾において船体の基本構造モデルおよび曲り部ブロックの溶接変形を解析した結果の一例である。

6. 固有変形を用いた溶接変形解析

6.1 溶接変形と固有ひずみ

溶接が行われると溶接部が局部的に収縮し、その結果、構造物全体が変形する。現実

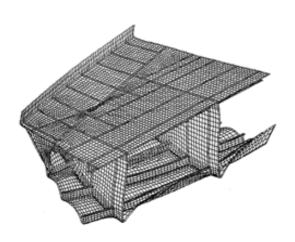


図1 弾性 FEM 解析により予測した 船体ブロックの溶接変形

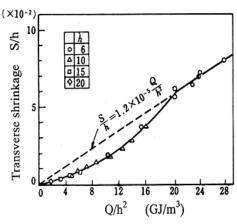


図2 横収縮に及ぼす入熱量の影響

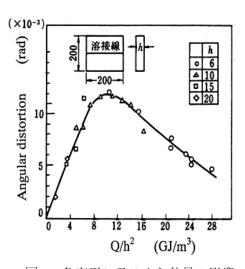


図3 角変形に及ぼす入熱量の影響

から固有変形と呼ばれる。このような固有変形は、拘束の無い試験片の溶接変形として実験により求めることができる。図2および図3は、佐藤、寺崎 24)らの実験結果であり、横収縮および角変形の大きさが入熱パラメータ Q/h^2 で整理できることを示している。縦収縮についても、縦収縮を拘束した時に生じる拘束力(Tendon force) F_r は、入熱に比例し、比例定数がほぼ0.2であることが、White ら 25 によって明らかにされている。すなわち、

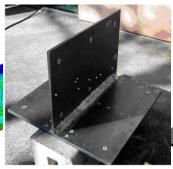


図4 板骨構造モデル

船や橋梁では、溶接線は十分に長いと考えられるが、自動車や車両などの薄板構造では、溶接変形を低減する目的で、長さが短い断続溶接が採用されることが多く、このような断続溶接では、溶接が途切れている部分の剛性により、変形が弾性的に拘束されるため、固有変形の一部は残留応力に形を変える。したがって、長い溶接の場合のように、固有変形



(a) 縦骨 / 皮板間の隅肉溶接

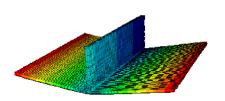


(b) 横骨 / 皮板間の隅肉溶接

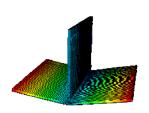


(c) 縦骨 / 横骨間の隅肉溶接

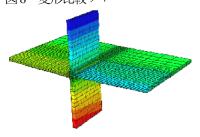
図7 固有変形を用いて学知 固有変形同定のための溶接継手試験片 図8 変形比較ライン



(a) 縦骨 / 皮板間の隅肉溶接



(b) 横骨 / 皮板間の隅肉溶接



(c) 縦骨 / 横骨間の隅肉溶接

図6 熱弾塑性FEMを用いて計算した溶接変形

を見かけの角変形や横収縮として直接計測することができない。

そこで、長さが短い部分溶接を対象に考えられた方法が、溶接試験片上に設定された少数の点での溶接前後における3次元座標の計測値を入力データとして、固有変形を弾性逆解析により同定する方法である²⁶⁾。

6.2 板骨構造物の溶接変形

前節で述べたように、十分長い溶接においては、固有変形はほぼ一様に分布するので、

これを溶接線に初期ひずみとして導入した弾性 FEM 解析により大型の構造物における溶接変形を予測することができる。

図4に示された3本の縦骨と2本の横骨と皮板で構成される試験体を作成し、溶接組立による変形を計測した。また、縦骨/皮板、横骨/皮板、縦骨/横骨の継手部に対して固有変形の同定を次の2種類の方法で行った。ひとつは、熱弾塑性解析を行い、固有ひずみの積分として固有変形を求める方法であり、いまひとつの方法は、溶接前後における三次元座標の計測値をデータとして、固有変形を逆解析する方法²⁶⁾である。図5は、縦骨/皮板、横骨/皮板、縦骨/横骨継手試験片を示し、これらを用いて逆解析により固有変形を求めた。また図6は、これらを対象に熱弾塑性解析の結果得られた溶接変形を示す。

得られた固有変形、すなわち、横収縮、角変形、縦収縮、縦曲りを初期ひずみとして各溶接部に与え、弾性解析することにより、図7に示されるような溶接変形が得られる。さらに、図8に示された比較ラインのLine-1~Line-4に沿った撓みを、実験と熱弾塑性解析あるいは逆解析で同定した固有変形を用いて弾性解析により推定した値について比較したものが図9、10である。熱弾塑性解析と逆解析を比較すると、逆解析により同定した固有変形を用いた方が、熱弾塑性解析で同定した固有変形を用いた場合より実験結果により近い予測値を与えている。実験と予測を比較した場合、変形は概ね対応していると言えるが、Line-1に沿った撓み分布が実験では左右対称ではなく、x座標の大きい側で予測値から離れる方向にずれている。一般に、仮付けが十分密に施されている場合には、溶接順序が完全に対称でなくても、ほぼ対称に近い変形が生じると考えられるが、実験での仮付け間隔が大きかったことが、実験結果に認められた非対称性の原因の一つとして考えられる。

なお、溶接部に生じる固有変形は、溶接構造物の形状誤差の要因のひとつに過ぎず、この他に、位置決め誤差やギャップ矯正により生じる誤差も無視できないので、溶接組立精度に及ぼすギャップ矯正の影響について検討した例²⁷⁾も報告されている。

7. 熱彈塑性解析

7. 1 熱弾塑性解析の高速化

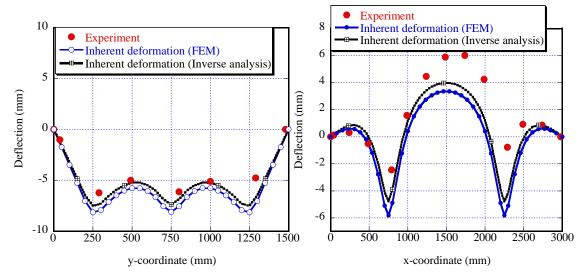


図9 Line-3 に沿ったたわみの比較

図 10 Line-1 に沿ったたわみの比較

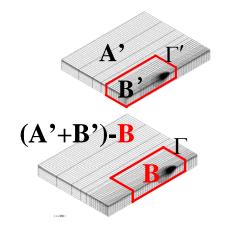


図 11 ISM における全体領域と非線形領域

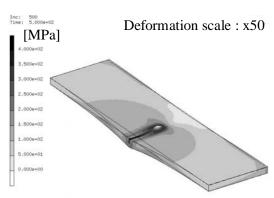
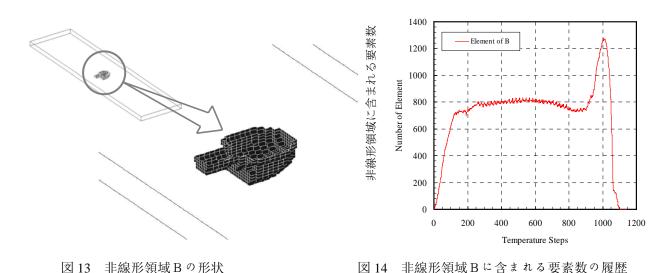


Fig. 13 Deformation and stress distribution of large model.

図 12 ビード溶接における過渡変位と応力分布

既に述べたように、大型構造物の溶接変形を熱弾塑性問題としてシミュレーションすることは計算時間の点で現状では現実的とは言えないが、中規模の構造物の溶接変形を詳細に把握するためには有効な手段である。そのため、3次元溶接シミュレーションを高速化する研究も多数行われており、全体のソリッドモデルの中に溶接熱源近傍を表現するリファインメッシュというソリッド要素を埋め込み、そのリファインメッシュを動かすアダプティブメッシュ法²⁸⁾や、全体構造のメッシュに溶接熱源近傍のメッシュを埋め込むコンポジットメッシュ法²⁹⁾、全体構造から溶接部を再区分して、溶接熱源の移動とともに再分割する動的サブストラクチャー法³⁰⁾などが報告されている。著者らも、シミュレーションの高速化を実現するための一つの方法として、反復サブストラクチャー法



(ISM)^{31, 32, 33)}を提案している。この方法は、溶接の問題で強い非線形性を示すのは、溶融池周辺のごく狭い高温領域に限られ、その領域が溶接トーチとともに移動するという溶接現象の特徴に注目し、開発されたものである。通常の解析法では、モデル全体を非線形問題として扱うため、増分計算のステップ毎に大次元の連立方程式を解かなければならない。これに対して、ISMでは図11示されるように、問題を、モデル全体(A'+B')

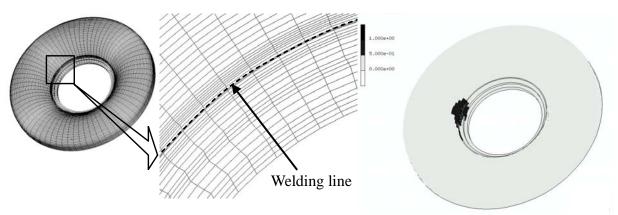


図 15 タービン部材の溶接解析モデル 図 16 タービン部材の解析における非線形領域

に対応した大きな定剛性問題と、溶融池近傍に対応した小さな強非線形問題 (B) の組合せに変換する。これにより、大次元の連立方程式を解く回数が飛躍的に少なく抑えられ結果として、計算の高速化が実現できる。

7. 2 大規模溶接問題に対する ISM の適用性

著者らが大規模な溶接問題を解析する手法として開発した ISM の可能性を検証するため、20 万要素、22 万 5 千節点、67 万自由度からなるモデルのビード溶接の問題に ISM を適用した。図 12 は過渡変形と応力の分布を重ねてプロットしたものであり、同じ時刻での非線形領域を図示したものが図 13 である。さらに、非線形領域に含まれる要素数の計算経過にともなう変化を示したものが図 14 であり、要素数は溶接開始とともに急速に増加し、定常状態では約 1000 要素で、全要素数の約 0.5%に相当する。また、溶接終了直前に非線形領域に含まれる要素数が増加するのは、溶接終端部に熱がたまり、高温領域が拡がるためである。なお、この解析には Itanium2 (1.5 GHz/ 6 MB、24 GB)を用い、計算を完了するために要した時間は、105.6 時間(4.4 日)であった。まだ、実用レベルの計算速度には到達していないが、この計算例は、近い将来、数十万要素の溶接問題がPC上で楽にシミユレーションできるようになることを示唆している。

7.3 タービン部品の溶接変形

次に、ISMを用いて実構造物の溶接変形を解析した例を紹介する。図 15 は、ハステロイ製のタービン部品のメッシュ分割と溶接線を示している。モデルの規模は 11,664 要

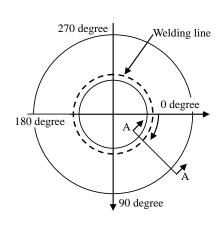


図 17 変形計測断面

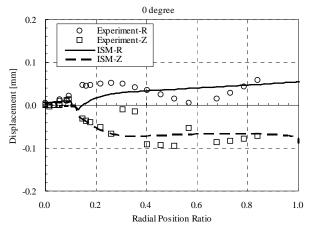


図 18 計算による予測と実験値の比較



図19 パイプの多層隅肉溶接

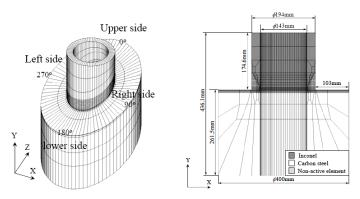


図20 パイプ多層隅肉溶接モデルの要素分割

素、20,160 節点、58,824 自由度である。また、図 16 は溶接トーチとともに移動する非線形領域を示したものであり、定常状態で非線形領域に含まれる要素の数は、約 450 要素であり全要素数に対して約 5%である。また図 18 は、図 17 に示された 0° 断面での溶接変形を、実験値と比較したものであり、変形の絶対値は 0.1 mm 程度と小さいが、計算結果は実験結果と良く対応している。

7. 4 パイプの隅肉溶接における溶接変形

図 19 は、パイプの多層隅肉溶接継手であり、この継手を 3 層まで溶接した状態での溶接変形を多層溶接の問題として解析した。図 20 はモデル全体および断面の要素分割を示す。この解析では、ベースプレートとパイプのなす角が変形に及ぼす影響を検討するため、図 21 に示される傾斜角、 10° 、 20° 、 30° の場合について計算を行った。図 22 は、各パスの溶接終了時におけるパイプ下端から $21 \, \mathrm{mm}$ の位置での z 方向変位を比較したものであり、図 23 は、パイプの上端および $21 \, \mathrm{rm}$ 位置における z 方向変位の差をパイプの傾きとして比較したものである。傾斜角は、パイプの移動および傾きの両者に影響を及ぼし、傾斜角の増加に従い、z 方向への移動量は大きくなることが分る。このような解析によって事前に溶接変形量が予測できれば、溶接変形を低減するために必要な対策を打っことが可能となる。

7.5 隅肉溶接における溶接順序の影響

最後の解析例は、図 24 に示される、全長 1,600 mm の部材を対象に、組立時の隅肉溶接の順番が溶接変形に及ぼす影響を検討したものである 17 。溶接は、図 25 のように全長にわたる溶接 M2 およびその反対側の部分溶接 M1、M3 からなり、これら 3 箇所の溶接の順番が異なる 6 ケースについて、溶接変形を計算し、部材の x 方向の変位すなわち面内変形を比較したものが図 26 である。この例では、溶接順序による変形量の変化は比較的小さいが、傾向として、全長にわたる溶接 M2 を最後に溶接する場合において、変形が小さく、逆に M2 を最初に溶接すると変形が大きくなる。このような計算は、拘束や逆ひずみが溶接変形に及ぼす影響などを検討するためにも有効である。

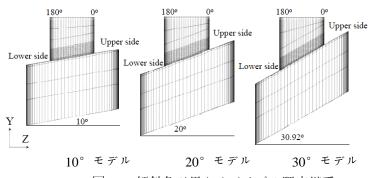


図21 傾斜角が異なるパイプの隅肉継手

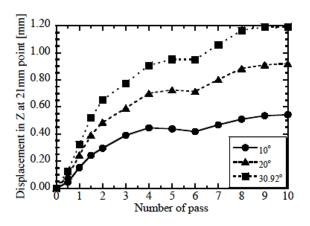


図22 傾斜角が z 方向ずれに及ぼす影響

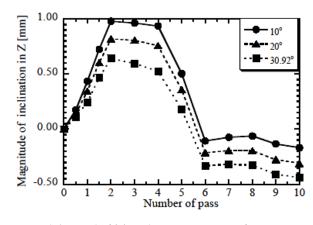


図23 傾斜角が傾きに及ぼす影響

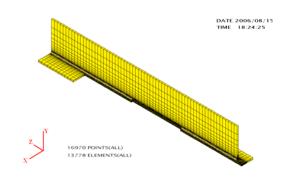


図 24 隅肉溶接モデル

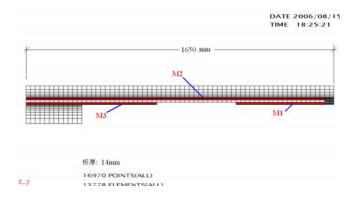


図25 溶接線の位置と記号

8. おわりに

数値溶接力学は、日本で生まれ中国と日本の密なる連携の下に育まれ、現在、広く世界に認められている。しかし、それは理論やコンセプトの段階に留まっており、実用的な汎用ソフトの形まで発展させることができていないのが現状である。逆に、この分野では後発のヨーロッパでは、溶接シミュレーションソフトの SYSWELD が開発され、広くヨーロッパ地域の生産技術の向上に貢献している。

一方、溶接は基幹技術であり、アジアが得意とする製造技術の要であるにもかかわらず、成熟技術と見られ、若い優秀な研究者が得にくいという状況は、日本、中国共通の悩みである。これを打開するためには、両国が学術交流、人材交流をさらに促進することが必要であり、連携し英知を終結し、知の相乗効果を学術発展・教育啓蒙に結びつけることで、アジア発の新しいコンセプトと、これに基づく革新的ソフトウエアを基盤とした『21世紀の生産技術』が発信できる。また、世界における技術先進地域としての地位が確保できるものと考える。具体的には、日本と中国のそれぞれに、コンパクトではあるが強力な求心力を持つ"Center for Computational Welding Mechanics"を設立すると言う構想を暖めているところである。

参考文献

- 1) M. G. Yuan, J. Wang, H. Murakawa and Y. Ueda: Three Dimensional Finite Element Analysis of Residual Distortions in Welded Structures, Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VII (Ed. M. Cross and J. Campbell, The Minerals, Metals & Materials Society (1995), 257-264.
- 2) J. Wang, Y. Ueda, H. Murakawa, M.G. Yuan and H.Q. Yang: Improvement in Numerical Accuracy and Stability of 3-D FEM Analysis in Welding, Welding Research Supplement (April 1996), 129-134.
- 3) Y. Ueda, H. Murakawa and N. X. Ma: Measuring Method for Residual Stresses in Explosively Clad Plates and a Method of Residual Stress Reduction, J. Engineering Materials and Technology, Vol. 118 (Oct. 1996), 576-582.
- 4) N. X. Ma, Y. Ueda, H. Murakawa and M. G.. Yuan: FEM Analysis on Welding Residual Stresses

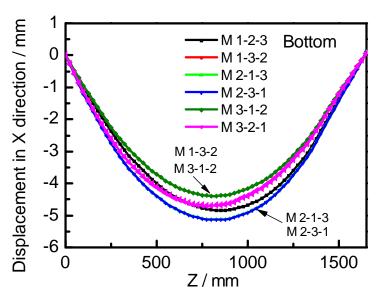


図 26 溶接順序が隅肉溶接部材の x 方向のたわみに及ぼす影響

- in T-Type Fillet Welds, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 3, Ed. H. Cerjak, The Institute of Materials (1997), 590-605.
- 5) Y. Ueda, H. Murakawa, K. Nakacho and N. X. Ma: Establishment of Computational Welding Mechanics, Welding and Surfacing Rev., Vol. 8 (1997), 265-299.
- 6) S.M. Gu, H. Murakawa and Y. Ueda: Simulation of Out-of-plane Deformation in Butt Welding of Large Size Steel Plate, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 3, Ed. H. Cerjak, The Institute of Materials (1997), 689-712.
- 7) Y. P. Lei, Y. W Shi, H. Murakawa and Y. Ueda: Numerical Analysis on the Effect of Sulphur Content on Weld Pool Geometry and Free Surface Phenomena for Type 304 Stainless Steel, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 4, Ed. H. Cerjak (1998), 104-122.
- 8) H. Murakawa, Y. Luo and Y. Ueda: Inherent Strain as an Interface between Computational Welding Mechanics and Its Industrial Application, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 4, Ed. H. Cerjak (1998), 597-619.
- 9) Y. P. Lei, Y. W. Shi, H. Murakawa and Y. Luo: The Effect of Mechanical Heterogeneity and Limit Load of a Weld Joint with Longitudinal Weld Crack on the J-integral and Failure assessment curve, Int. J. Pressure Vessels and Piping, Vol. 75 (1998), 625-632.
- 10) Y. Horii, J. Tanaka, M. Sato, H. Murakawa, and J. Wang: Influence of Heating Conditions on Temperature Distribution during Local PWHT, Proc. of ASME Pressure Vessels and Piping Conference, Boston (Aug. 1999), 95-103.
- 11) H. Murakawa, J. Wang, J. Tanaka, Y. Horii and M. Sato: Determination of Critical Heated Band Width during Local PWHT by Creep Analysis, Proc. of ASME Pressure Vessels and Piping Conference, Boston (Aug. 1999), 104-113.
- 12) H. Murakawa and J. Zhang: The Numerical Optimization of Spot Welding Parameters Based on Finite Element Method, Proc. International Conference on Advanced Manufacturing Technology, Xi' an (1999).
- 13) H. Murakawa, H. Minami and J. ZHANG: FEM Investigation on Effect of Initial Gap upon Nugget Formation and Expulsion in Spot Welding, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 4, Ed. H. Cerjak (2001), 983-996.
- 14) W. Liang, D. Deng, S. Sone and H. Murakawa: Prediction of Welding Distortion by Elastic Finite Element Analysis Using Inherent Deformation Estimated through Inverse Analysis, Welding In the World, Vol. 49, No. 11/12 (2005), 30-39.
- 15) D. Deng and H. Murakawa: Prediction of Welding Residual Stress in Multi-pass Butt-welded Modified 9Cr-1Mo Steel Pipe Considering Phase Transformation Effects, Computational Materials Science, Vol. 37 (2006), 209-219.
- 16) D. Deng and H. Murakawa: Numerical Simulation of Temperature Field and Residual Stress in Multi-pass Welds in Stainless Steel Pipe and Comparison with Experimental Measurements Effects, Computational Materials Science, Vol. 37 (2006), 269-277.
- 17) L. Zhang, H. Murakawa, H. Serizawa and Y. Terasaka: Thermal-Elastic-Plastic Simulation to Evaluate Effectiveness of Fixture and Pre-strain for Reduction of Welding Distortion, 溶接構造シンポジウム 2006 講演論文集 (2006)、569-576.
- 18) Y. Ueda and T. Yamakawa: Analysis of Thermal Elastic-Plastic Stress and Strain during Welding by Finite Element Method, Trans. of JWS, 2-2 (1971).
- 19) 上田、山川: 有限要素法による熱弾塑性挙動の解析、溶接学会誌、42-6 (1973)、 567-577.
- 20)藤田、野本: 熱弾塑性問題に関する研究(その1)、日本造船学会論文集、130(1971)、185-193.

- 21) http://www.battelle.org/navy/ocean/vftbrochure.pdf http://www.aws.org/conferences/abstracts/2003 /12e.pdf
- 22) 羅宇、村川英一、上田幸雄: 固有ひずみを用いた性計算による溶接変形および残留応力の推定(第3報)狭開先多層溶接における変形と残留応力、日本造船学会論文集、183(1998)、323-333.
- 23) 日本造船研究協会第 237 研究部会: 高度工作精度 管理技術に関する研究、 平成 11 年度報告書 (2000).
- 24) 佐藤、寺崎: 構造用材料の溶接変形におよぼす溶接諸条件の影響、溶接学会誌、45-4 (1976)、302-308.
- 25) J.D. White, R.H. Leggatt and J.B. Dwight: Weld Shrinkage Prediction, Welding and Metal Fabrication, November 1980, 567-596.
- 26) 梁、曽根、芹澤、村川: 逆解析を用いた溶接固有変形の推定法-溶接変形予測用固有変形データベースの構築 (第一報) 、溶接学会全国大会講演概要集、第71集 (2004)、272-273.
- 27) 村川英一、鄧徳安、柴原正和: 薄板構造物の溶接組立てにおける変形予測(第 1 報)ーギャップおよび目違いを考慮した変形予測、関西造船協会論文集、238(2002)、163-172.
- 28) F. Boitout and J. Bergheau: The Numerical Simulation of Welding in Europe: Present Capabilities and Future Trends, Transactions of JWRI, Vol. 32-1 (2003) 197-204.
- 29) J. Goldak, M. Mocanita, V. Aldea, J. Zhou, D. Downey and D. Dorling: Predicting Burn-through When Welding on Pressurized Natural Gas Pipelines, Proceedings of 2000 ASME Pressure Vessels and Piping Conference (2000), 23-27.
- 30) S. B. Brown and H. Song: Rezoning and Dynamic Substructuring Techniques in FEM Simulations of Welding Processes, ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 155 (1993), 415-423.
- 31) 西川弘泰、尾田勇、伊藤真介、芹澤久、柴原正和、村川英一: 反復サブストラクチャー法を用いた溶接熱弾塑性解析の高速化、関西造船協会論文集、243 (2005)、67-70.
- 32) 西川弘泰、芹澤久、村川英一: 大規模溶接シミュレーション手法の開発、日本船舶海洋工学会論 文集、2 (2005)、379-385.
- 33) 西川弘泰、芹澤久、村川英一: 大規模溶接シミュレーションの実機適用、溶接学会論文集、24-2(2006).